

Математика в вузе. Матрицы

Задания в тестовой форме¹.

Для студентов экономических специальностей

Опубликовано в ж. «Педагогические Измерения №4 , 2007 года.

Роман Дубинка

Алексей Лугачёв

г. Барановичи, Республика Беларусь

xxxroman@bk.ru

Аннотация

В данной статье представлены задания в тестовой форме по темам «Матрицы: основные понятия и определения», «Действия над матрицами», «Определители матриц и их свойства», «Ранг матрицы», «Методы решения систем линейных уравнений».

Задания могут быть использованы для текущего контроля знаний, проверки итоговых знаний, а также для организации самостоятельной работы обучающихся.

Ключевые слова: матрицы, тестовые задания, эмпирическая проверка, коэффициент корреляции.

Задания в тестовой форме по математике² проходили апробацию на базе Барановичского государственного университета, в группах первого курса специальностей «Маркетинг» и «Бухгалтерский анализ, учет и аудит».

Первоначально было подготовлено 50 заданий различных форм: с выбором одного правильного ответа, задания на установление соответствия, задания на установление правильной последовательности и задания открытой формы³. Они были сгруппированы по темам: «Матрицы», «Действия над матрицами», «Определители матриц и их

1 Задания разработаны по формам, представленным в лекциях и трудах доктора пед. наук, проф. В.С. Аванесова

2 Изучение теоретического материала осуществлялось на основе книги: Гусак А. А. Высшая математика. Учебное пособие. Мн.: Тетра Системс, 1988.;

3 Аванесов В.С. «Форма тестовых заданий». Учебное пособие. М.: «Центр тестирования», 2005 г.

свойства», «Ранг матрицы», «Методы решения систем линейных уравнений». После проведения пробного тестирования и анализа результатов, задания, плохо коррелирующие с другими заданиями и с суммой баллов по всему тесту, были исключены как не выдержавшие эмпирическую проверку⁴

Кроме классического коэффициента корреляции ответов на задания с суммой баллов, в процессе анализа качества заданий нами были рассчитаны и другие показатели. Это доли верных и неверных ответов, дисперсия, стандартное (среднеквадратическое) отклонение, коэффициент корреляции ответов на задание с ответами на сумму баллов, попарная корреляция ответов на задания, индекс различающей способности и логит трудности задания⁵.

Задания, имеющие более высокие показатели, прошли повторную проверку: из отобранных заданий было сформировано три теста, задания которых вновь были подвергнуты проверке, в результате чего, исходя из полученных положительных результатов, задания перешли из разряда заданий в тестовой форме в разряд тестовых заданий.

Задания для проверки теоретических знаний по теме «Матрицы. Основные определения».

Нажимайте на клавишу с номером правильного ответа:

1. СИСТЕМА $m \times n$ ЧИСЕЛ, РАСПОЛОЖЕННЫХ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ТАБЛИЦЕ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ m СТРОК И n СТОЛБЦОВ, НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) матрица
- 2) ряд
- 3) уравнение
- 4) вектор
- 5) скаляр
- 6) определитель

⁴ Все вычисления производились в среде MS Excel, с помощью набора встроенных математических и статистических функций.

⁵ Аванесов В.С. Композиция тестовых заданий.

<http://viperson.ru/articles/kompozitsiya-testovyh-zadaniy>

2. ДВЕ МАТРИЦЫ НАЗЫВАЮТСЯ РАВНЫМИ, ЕСЛИ

- 1) они одинаковых размеров
- 2) их ранги равны
- 3) их элементы равны
- 4) их произведение равно нулю
- 5) они одинаковых размеров и их элементы равны
- 6) число строк одной матрицы равно числу столбцов второй

3. ПОРЯДКОМ КВАДРАТНОЙ МАТРИЦЫ НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) количество элементов матрицы
- 2) количество строк матрицы
- 3) количество столбцов матрицы
- 4) количество нулей в матрице
- 5) наибольший из порядков миноров матрицы отличных от нуля
- 6) наименьший из порядков миноров матрицы отличных от нуля

4. В МАТРИЦЕ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ГЛАВНУЮ ДИАГОНАЛЬ
ОБРАЗУЮТ ЧИСЛА

- | | |
|--------|--------|
| 1) 231 | 4) 232 |
| 2) 230 | 5) 121 |
| 3) 131 | 6) 122 |

5. МАТРИЦА $A' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ ОТНОСИТЕЛЬНО
МАТРИЦЫ

$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ НАЗЫВАЕТСЯ

- | | |
|---------------------|-------------------|
| 1) треугольная | 4) обратная |
| 2) свободная | 5) диагональная |
| 3) квазитреугольная | 6) симметрическая |

Установите соответствие:

6. МАТРИЦА

1) $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

НАЗВАНИЕ

А) симметрическая

- 2) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Б) обратная
- 3) $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ В) скалярная
- 4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ Г) вырожденная
- 5) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ Д) диагональная
- 6) $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ Е) квазитреугольная
- Ж) столбцовая
 З) строчная
 И) треугольная
 К) невырожденная
 Л) трапецевидная

Ответы: 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 .

Дополнить:

7. ТЕРМИН «МАТРИЦА» ВВЕЛ _____.

8. МАТРИЦА, ВСЕ ЭЛЕМЕНТЫ КОТОРОЙ РАВНЫ НУЛЮ, НАЗЫВАЕТСЯ _____.

9. КВАДРАТНАЯ МАТРИЦА, ЭЛЕМЕНТЫ КОТОРОЙ РАСПОЛОЖЕНЫ СИММЕТРИЧНО ОТНОСИТЕЛЬНО ГЛАВНОЙ ДИАГОНАЛИ, НАЗЫВАЕТСЯ _____.

Задания для проверки знаний по теме «Линейные действия над матрицами. Произведение матриц».

Нажимайте на клавиши с номерами всех правильных ответов:

10. ЛИНЕЙНЫМ ДЕЙСТВИЕМ НАД МАТРИЦАМИ ЯВЛЯЕТСЯ

- 1) сложение матриц
- 2) нахождение минора
- 3) умножение матрицы на матрицу
- 4) вычитание матриц
- 5) умножение матрицы на число
- 6) деление матрицы на число
- 7) нахождение определителя
- 8) транспонирование
- 9) деление матрицы на матрицу
- 10) возведение матрицы в степень

- 10) нахождение корня из матрицы
- 11) перестановка местами двух строк (столбцов)

Нажимайте на клавишу с номером правильного ответа:

11. ДЕЙСТВИЯ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ
ОПРЕДЕЛЯЮТСЯ ДЛЯ МАТРИЦ

- 1) любых
- 2) строчных и квадратных
- 3) квадратных и треугольных
- 4) одного размера
- 5) квазитреугольных
- 6) квадратных, разного порядка

12. МАТРИЦА $-A$, ОБРАЗОВАННАЯ ОТ МАТРИЦЫ A
УМНОЖЕНИЕМ НА -1 , НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) обратная
- 2) противоположная
- 3) невырожденная
- 4) транспонированная
- 5) симметрическая
- 6) вырожденная

13. ПРОИЗВЕДЕНИЕ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ ДЛЯ МАТРИЦ

- 1) квадратных, разного порядка
- 2) строчных
- 3) треугольных, разного порядка
- 4) квадратных, одинакового порядка
- 5) вырожденных, разного порядка
- 6) столбцовых

14. КОММУНИКАТИВНЫМИ ЯВЛЯЮТСЯ МАТРИЦЫ

- 1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$
- 2) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
- 3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$
- 4) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- 5) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}$
- 6) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

15. ЦЕЛАЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНАЯ СТЕПЕНЬ A^k ($k > 1$)
КВАДРАТНОЙ МАТРИЦЫ A

- 1) произведение k матриц, каждая из которых равна A
- 2) сумма k матриц, каждая из которых равна A
- 3) частное матриц, каждая из которых равна A

- 4) произведение k матриц, каждая из которых больше предшествующей матрицы A в k раз
 5) частное k матриц, каждая из которых больше предшествующей матрицы A в k раз
 6) сумма k матриц, каждая из которых больше предшествующей матрицы A в k раз

16. ПРОИЗВЕДЕНИЕ $B \times A$ МОЖНО ПОЛУЧИТЬ ПРИ УМНОЖЕНИИ МАТРИЦ

$$1) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3) A = [1 \ 0] \text{ и } B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$4) A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$5) A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$6) A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ и } B = [2]$$

17. ФУНКЦИЯ $P(AB) = A^2 + 2AB + B^2$ ИМЕЕТ СМЫСЛ ПРИ

$$1) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$4) A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$5) A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & 0 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$6) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ и } B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 8 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

18. КВАДРАТНАЯ МАТРИЦА A^{-1} , УДОВОЛЕТВОРЯЮЩАЯ РАВЕНСТВУ $A^{-1}A=E$, ГДЕ E – ЕДИНИЧНАЯ МАТРИЦА, НАЗЫВАЕТСЯ

- | | |
|---------------------|------------------|
| 1) столбцовая | 4) обратная |
| 2) квазитреугольная | 5) вырожденная |
| 3) строчная | 6) невырожденная |

19. КВАДРАТНАЯ МАТРИЦА, ЕСЛИ ЕЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ОТЛИЧЕН ОТ НУЛЯ, СЧИТАЕТСЯ

- | | |
|----------------|---------------------|
| 1) особенной | 4) невырожденной |
| 2) вырожденной | 5) квазитреугольной |
| 3) обратной | 6) минором |

20. ПРОИЗВОЛЬНУЮ НЕВЫРОЖДЕННУЮ МАТРИЦУ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ МОЖНО ПРИВЕСТИ К МАТРИЦЕ

- | | |
|------------------|-----------------|
| 1) нулевой | 4) диагональной |
| 2) единичной | 5) треугольной |
| 3) трапецевидной | 6) ступенчатой |

Задания для проверки знаний по теме «Определители матриц и их свойства. Ранг матрицы. Методы решения систем линейных уравнений».

Нажимайте на клавиши с номерами всех правильных ответов:

21. ДЛЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ МОЖЕТ ПРИМЕНЯТЬСЯ ОБОЗНАЧЕНИЕ

- | | | |
|---------------|--------------------|--------------------|
| 1) $ A $ | 4) $\det A$ | 7) Δ |
| 2) (A_{ik}) | 5) $\det (a^{ik})$ | 8) ∇ |
| 3) $[A]$ | 6) $\det (a_{ik})$ | 9) Δa^{ik} |

22. СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

- 1) определитель не изменяется при замене всех его строк соответствующими столбцами
- 2) определитель равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на их алгебраические дополнения
- 3) при перестановке двух соседних строк (столбцов) определитель не изменится
- 4) определитель равен единице, если все элементы некоторой строки (столбца) равны единице

- 5) определитель равен алгебраическому дополнению если ранг матрицы отличен от нуля
- 6) определитель равен разнице произведений элементов любой строки (столбца) на их миноры
- 7) определитель равен нулю, если все элементы некоторой строки (столбца) равны нулю
- 8) множитель, общий для элементов некоторой строки (столбца), можно вынести за знак определителя
- 9) определитель с двумя одинаковыми строками (столбцами) равен нулю
- 10) определитель не изменится если к элементам некоторой строки (столбца) прибавить соответствующие элементы другой строки (столбца)

Нажимайте на клавишу с номером правильного ответа:

23. ВЫРАЖЕНИЕ $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$, ПРИ $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ НАЗЫВАЕТСЯ

- | | |
|-------------------------------|------------------|
| 1) алгебраическим дополнением | 4) полиномом |
| 2) минором | 5) многочленом |
| 3) рангом | 6) определителем |

24. МИНОРОМ ЭЛЕМЕНТА A_{23} МАТРИЦЫ $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ЯВЛЯЕТСЯ МАТРИЦА

- | | |
|---|---|
| 1) $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ | 4) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$ |
| 2) $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ | 5) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ |
| 3) $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ | 6) $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ |

25. ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ, СО ЗНАКОМ ПЛЮС, МАТРИЦЫ 3-ГО ПОРЯДКА, ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ЕЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ НАХОДИТСЯ ПО СХЕМЕ

- | | |
|----|----|
| 1) | 4) |
| 2) | 5) |
| 3) | 6) |

26. МИНОР ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ A_{ij} , ВЗЯТЫЙ СО ЗНАКОМ $(-1)^{i+k}$ НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) алгебраическое дополнение
- 2) полином
- 3) многочлен
- 4) Ранг

27. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДВУХ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ A И B ОДНОГО ПОРЯДКА РАВЕН

- 1) произведению определителей перемножаемых матриц
- 2) частному определителей перемножаемых матриц
- 3) сумме определителей перемножаемых матриц
- 4) произведению алгебраических дополнений каждого из элементов перемножаемых матриц
- 5) разнице алгебраических дополнений каждого из элементов перемножаемых матриц
- 6) произведению наибольших из миноров перемножаемых матриц

28. СУММА ПРОИЗВЕДЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ОДНОГО ИЗ СТОЛБЦОВ (СТРОК) МАТРИЦЫ НА СООТВЕТСТВУЮЩИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДОПОЛНЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ДРУГОГО СТОЛБЦА (СТРОКИ) РАВНА

- 1) единице
- 2) определителю матрицы
- 3) сумме миноров элементов данной строки (столбца)
- 4) нулю
- 5) произведению миноров элементов данной строки (столбца)
- 6) определителю матрицы, взятому со знаком минус

29. НАИБОЛЬШИЙ ИЗ ПОРЯДКОВ МИНОРОВ МАТРИЦЫ, ОТЛИЧНЫХ ОТ НУЛЯ, НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) ранг
- 2) детерминант
- 3) алгебраическое дополнение
- 4) полином

30. ЕСЛИ ВСЕ МИНОРЫ МАТРИЦЫ РАВНЫ НУЛЮ, ТО ЕЁ РАНГ РАВЕН

- 1) -1
- 2) ∞
- 3) 1
- 4) нулю

- 5) определителю
- 6) определителю, взятому со знаком минус

31. ДЛЯ КВАДРАТНОЙ МАТРИЦЫ N -ГО ПОРЯДКА РАНГ МАТРИЦЫ РАВЕН N , КОГДА

- 1) матрица треугольная
- 2) матрица невырожденная
- 3) определитель матрицы равен нулю
- 4) матрица вырожденная
- 5) все миноры матрицы равны нулю
- 6) матрица ступенчатая

32. РАНГ МАТРИЦЫ, ПОЛУЧЕННОЙ ИЗ ДАННОЙ ТРАНСПОНИРОВАНИЕМ, РАВЕН

- 1) единице
- 2) определителю исходной матрицы
- 3) рангу исходной матрицы, взятому со знаком минус
- 4) рангу исходной матрицы
- 5) нулю
- 6) определителю исходной матрицы, взятому со знаком минус

33. ЕСЛИ ИЗ МАТРИЦЫ ВЫЧЕРКНУТЬ НУЛЕВУЮ СТРОКУ (СТРОКУ, ВСЕ ЭЛЕМЕНТЫ КОТОРОЙ РАВНЫ НУЛЮ), ТО ЕЕ РАНГ

- 1) не изменится
- 2) изменит знак на противоположный
- 3) будет равен нулю
- 4) уменьшится на количество вычеркнутых нулей
- 5) уменьшиться на 1
- 6) увеличиться на 1

34. МАТРИЦА, СОСТАВЛЕННАЯ ИЗ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ДАННОЙ СИСТЕМЫ, НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) невырожденной
- 2) вспомогательной
- 3) основной
- 4) дополнительной
- 5) расширенной
- 6) трапецевидной

35. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ, ИМЕЮЩАЯ РЕШЕНИЕ, СЧИТАЕТСЯ

- 1) ступенчатой
- 2) линейной
- 3) несовместной
- 4) основной
- 5) совместной
- 6) классической

36. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ИСКЛЮЧЕНИЯ НЕИЗВЕСТНЫХ РАЗРАБОТАЛ

- 1) Гаусс
- 2) Крамер
- 3) Коши
- 4) Лагранж
- 5) Кэли
- 6) Сильвестр

Дополнить:

37. НАЗВАНИЕ «ДЕТЕРМИНАНТ» ПРЕДЛОЖИЛ _____

38. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ, ПОЛУЧЕННЫЙ ИЗ ДАННОГО ВЫЧЕРКИВАНИЕМ ТОЙ СТРОКИ И ТОГО СТОЛБЦА, КОТОРЫМ ПРИНАДЛЕЖИТ ЭЛЕМЕНТ, НАЗЫВАЕТСЯ ---

39. ОБОЗНАЧЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ В ВИДЕ КВАДРАТНОЙ ТАБЛИЦЫ ЧИСЕЛ С ДВУМЯ ВЕРТИКАЛЬНЫМИ ЧЕРТАМИ ВВЕЛ _____

Как итог необходимо отметить, что разработанные задания могут быть использованы:

1) как рефлексия при проведении лекций по темам: «Матрицы. Действия над матрицами. Определители матриц и их свойства. Ранг матрицы. Методы решения систем линейных уравнений»;

2) как один из приемов проверки текущих и остаточных знаний по вышеперечисленным темам;

3) как способ проверки ассоциативных знаний и формирования алгоритмического мышления и знаний;

4) как метод закрепления теоретических знаний и представлений.